

Модуль 1

Определители

1.1 Вычислить определитель второго порядка $\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$.

1.2 Вычислить определитель третьего порядка $\begin{vmatrix} -3 & 3 & 5 \\ -1 & 1 & -4 \\ 2 & 4 & -2 \end{vmatrix}$.

1.5 Решить систему методом Крамера $\begin{cases} 3x_1 + x_2 = 3, \\ -x_1 - x_2 = 1. \end{cases}$

1.6 Решить систему методом Крамера $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 = -10, \\ 2x_1 - x_2 - 4x_3 = -1, \\ 4x_2 - 2x_3 = -8. \end{cases}$

Векторы

2.2 Даны точки $A(1; 3)$, $B(7; 15)$. Найти:

а) координаты середины отрезка AB :

б) координаты точки M , делящей отрезок AB в отношении 2:1 от точки A .

2.3 Найти равнодействующую трех сил: $\vec{F}_1 = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{F}_2 = 3\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{F}_3 = 5\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$.

2.4 При каком значении переменных x векторы $\vec{a} = (1; 3; x)$ и $\vec{b} = (2; -4; 5)$ ортогональны?

2.5 Даны точки с координатами $A(0; -1; 1)$, $B(3; 0; -2)$, $C(2; 1; 0)$.

Требуется найти угол между векторами $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$.

2.6 Даны векторы $\vec{MN} = (4; -6)$ и $\vec{MP} = (8; 6)$. Требуется найти проекцию вектора $\vec{MN}$ на направление вектора $\vec{MP}$.

2.7 Найти работу силы $\vec{F} = 10\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$, если ее точка приложения движется прямолинейно из точки $M(2, -1, 4)$ в точку $N(6, 1, 5)$.

2.8 Даны векторы $\vec{AB} = (1; -2; -3)$ и $\vec{AD} = (-4; 5; 6)$. Требуется найти площадь параллелограмма $ABCD$.

2.9 Даны точки с координатами $A(0; -1; 1)$, $B(3; 0; -2)$, $C(2; 1; 0)$. Требуется найти площадь треугольника ABC .

- 2.10** Найти момент силы $\vec{F} = 10\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$, приложенной в точке $M(2, -1, 4)$, относительно точки $N(6, 1, 5)$.
- 2.12** Вершины пирамиды $ABCD$ расположены в точках $A(0; -1; 1)$, $B(3; 0; -2)$, $C(2; 1; 0)$ и $D(5; -2; 3)$. Требуется найти объем пирамиды $ABCD$.
- 2.13** При каком значении переменной x векторы $\vec{a} = (1; -4; x)$, $\vec{b} = (2; -3; 5)$ и $\vec{c} = (-2; 8; -4)$ компланарны?

Аналитическая геометрия

- 3.1** Проверить, лежат ли в плоскости $P: 5x - 3y + 4z - 7 = 0$ точки
- а) $M_1(3; 0; -2)$; б) $M_2(5; -3; 4)$.
- 3.2** Выбрать на плоскости $5x - 3y + 4z - 7 = 0$ три точки.
- 3.3** Преобразовать общее уравнение плоскости $5x - 3y + 4z - 7 = 0$ в уравнение плоскости в отрезках.
- 3.4** Даны точки $M_1(0; -1; 1)$, $M_2(3; 0; -2)$ и $M_3(2; 1; 0)$. Составить общее уравнение плоскости, проходящей через точку M_3 перпендикулярно вектору $\overrightarrow{M_1M_2}$.
- 3.5** Даны точки $M_1(0; -1; 1)$, $M_2(3; 0; -2)$ и $M_3(2; 1; 0)$. Составить общее уравнение плоскости, проходящей через точки M_1 , M_2 и M_3 .
- 3.6** Проверить, лежат ли на прямой $l: \frac{x}{1} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z-7}{-2}$ точки
- а) $M_2(1; 0; 5)$; б) $M_1(1; -4; -2)$.
- 3.7** Выбрать две несовпадающие точки на прямой, заданной каноническими уравнениями $\frac{x}{1} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z-7}{-2}$.
- 3.8** Выбрать две несовпадающие точки на прямой, заданной общими уравнениями $\begin{cases} -2x - y + z - 3 = 0, \\ 6x + 2y - z - 1 = 0. \end{cases}$
- 3.9** Прямая проходит через точки $M_1(2; -4; 3)$ и $M_2(3; -8; 1)$. Составить канонические уравнения этой прямой.
- 3.10** Найти длину перпендикуляра, опущенного из точки $M(3; 0; -2)$ на плоскость $3x + y - 3z + 4 = 0$.
- 3.12** Заданы плоскость $5x - 3y + 4z - 7 = 0$ и прямая $\frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{-4} = \frac{z-3}{-2}$.
Найти угол между прямой и плоскостью.

3.13 Заданы плоскость $5x - 3y + 4z - 7 = 0$ и прямая $\frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{-4} = \frac{z-3}{-2}$.

Найти точку пересечения прямой и плоскости,

3.14 Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2; 1; 0)$ параллельно плоскости $3x + y - 3z + 4 = 0$.

3.15 Найти проекцию точки $M(3; 0; -2)$ на плоскость $3x + y - 3z + 4 = 0$.

3.16 Найти точку пересечения прямых $2x + 5y - 25 = 0$ и $3x - 4y - 3 = 0$.

3.17 Найти угловой коэффициент k прямой $2x + 5y - 25 = 0$.

3.18 Найти угол между прямыми $2x + 5y - 25 = 0$ и $3x - 4y - 8 = 0$.

3.19 Определить тип линии $4x^2 - 9y^2 + 16x + 18y - 29 = 0$ и найти ее центр.

Модуль 2

Пределы и непрерывность

4.5 Найти предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$.

4.6 или 5.28 Найти предел $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2-9}{x^3+27}$.

4.7 Найти предел $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{x^2-7x+10}$.

4.8 Найти предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x^2-5x+6}$.

4.9 Найти предел $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2-7x-4}{x-4}$.

4.10 Найти предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2-5x-3}{x^2-x-6}$.

4.11 Найти предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x-2-x^2}{x-2}$.

4.12 или 5.29 Найти предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x-2-x^2}{x^2-5x+6}$.

4.13 Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3-5x^2-3x}{x^3-x^2-6x}$.

- 4.14 Найти предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 7x + 6}{x^3 - 8}$.
- 4.15 Найти предел $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + x^2 + 3x + 3}{x^3 + x^2 + 4x + 4}$.
- 4.16 Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 5x + 6}$.
- 4.17 или 5.30 Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 - 3x + 2}{x^2 - 5x + 6}$.
- 4.18 Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 3x + 2}{x^2 - 5x + 6}$.
- 4.19 Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 - 3x + 2}{x^3 - 5x + 6}$.
- 4.20 Найти предел $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+6} - 2}{x+2}$.
- 4.21 Найти предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x+3} - 2}$.
- 4.22 Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x}\right)^{3x}$.
- 4.23 Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{x}\right)^{2x}$.
- 4.24 Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-2}\right)^{5x+4}$.
- 4.25 Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\operatorname{arctg} 12x}$.
- 4.26 Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - 1}{\arcsin 5x}$.
- 4.28 Найти предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sin(x-2)}$.
- 4.29 Найти предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{tg}(x-1)}{x^2 - 3x + 2}$.

Производная и исследование функции

- 5.1 Найти производную функции $y = 4 \ln x + 3 \sin x - 2 \operatorname{tg} x + 7 \arccos x + 5 \cdot 6^x$.

5.2 Найти производную функции $y = x^4 + \sqrt[4]{x} + \frac{1}{x^4} + 4x + 4$.

5.3 Найти производную функции $y = \sin(\ln x)$.

5.4 Найти производную функции $y = \sin(x^2 + 5x + 2)$.

5.5 Найти производную функции $y = \ln(x^2 + 3x + 4)$.

5.6 Найти производную функции $y = \sin(x^4) + \sin^4 x + \sin 4x$.

5.7 Найти производную функции $y = \sin(\ln(x^2 + 5x))$.

5.8 Найти производную функции $y = \ln^5(2x + 3)$.

5.9 Найти производную функции $y = \sin(3x + 7)^5$.

5.10 Найти производную функции $y = \cos \sqrt{6x - 5}$.

5.11 Найти производную функции $y = \sqrt{\ln(3x^2 + 2x + 1)}$.

5.12 Найти производную функции $y = \sin(\ln(\arcsin(e^x + 3^x)))$.

5.13 Найти производную функции $y = x^3 \cdot \ln x$.

5.14 Найти производную функции $y = \frac{x^3}{\ln x}$.

5.15 Найти производную функции $y = (7x + 6) \cdot \sin(x^3 - x)$.

5.16 Найти производную функции $y = \frac{7x + 6}{\sin(x^3 - x)}$.

5.17 Найти производную функции $y = (4x^2 + 3)\sqrt{x^2 + 5x}$.

5.18 Найти производную функции $y = \frac{4x^2 + 3}{\sqrt{x^2 + 5x}}$.

5.22 Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = t^2 + 3, \\ y = 4t^5 + t^4, \end{cases}$ заданной

параметрически.

5.23 Найти вторую производную y'' функции $y = x^3 + 5x^2 - 4x + 7$.

5.24 Найти производную второго порядка функции $y = \sin 5x$.

5.26 Найти дифференциал функции $y = \ln(x^2 + 7x - 4)$.

5.27 Найти дифференциал функции $y = \sin^4(\ln x)$.

5.31 Вычислить скорость и ускорения материальной точки, движущейся по закону $s(t) = 4t^3 - 2t^2 - 5t + 3$, в момент времени $t = 5$.

5.32 Составить уравнения касательной и нормали к кривой, заданной уравнением $y = x^2 - 2x + 5$ в точке с абсциссой $x_0 = 3$.

5.33 Найти критические точки функции $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 7$.

5.34 Найти интервалы монотонности и исследовать на экстремум функцию $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 7$.

5.35 Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 7$ на отрезке $[2; 5]$.

5.36 Найти интервалы выпуклости и вогнутости, точки перегиба функции $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 7$.

5.37 Найти асимптоты кривой $y = \frac{2x^2}{x-3}$.

Модуль 3

Неопределенный интеграл

6.1 Найти интеграл $\int \left(7x^2 - 5x + 2 + \frac{4}{x} + \frac{6}{x^2} \right) dx$.

6.2 Найти интеграл $\int \frac{2x^3 + 5x^2 - 3x + 7}{x} dx$.

6.3 Найти интеграл $\int \frac{2x^3 + 5x^2 - 3x + 7}{x^2} dx$.

6.4 Найти интеграл $\int \frac{2x^3 + 5x^2 - 3x + 7}{\sqrt{x}} dx$.

6.5 Найти интеграл $\int (3x^2 + 2)(4x + 5) dx$.

6.6 Найти интеграл $\int x\sqrt{x-3} dx$.

6.7 Найти интеграл $\int \frac{x^2}{(x-2)^7} dx$.

6.8 Найти интеграл $\int \sqrt{9-x^2} dx$.

6.9 Найти интегралы: а) $\int \cos(2x+3) dx$; б) $\int \sin(3x+4) dx$;

в) $\int e^{5x+7} dx$; г) $\int \frac{1}{6x+5} dx$.

- 6.10** Найти интегралы: а) $\int (2x+5)e^{x^2+5x+7} dx$;
- б) $\int (2x+5)\cos(x^2+5x+7)dx$; в) $\int (2x+5)\sin(x^2+5x+7)dx$.
- 6.11** Найти интегралы: а) $\int \frac{2x-3}{x^2-3x+2} dx$; б) $\int \frac{4x+5}{\sqrt{2x^2+5x+6}} dx$.
- 6.12** Найти интегралы: а) $\int (6x-5)e^x dx$; б) $\int (3x+2)\cos x dx$;
- в) $\int (2x+7)\sin x dx$; г) $\int (4x+3)\ln x dx$.
- 6.13** Найти интегралы: а) $\int (7x+4)e^{3x+5} dx$; б) $\int (5x+9)\cos(4x-1)dx$.
- 6.14** Найти интегралы: а) $\int \cos^2 x dx$; б) $\int \cos^3 x dx$;
- в) $\int \sin^2 x \cos^4 x dx$.
- 6.15** Найти интегралы: а) $\int \sin 5x \sin 3x dx$; б) $\int \sin 5x \cos 3x dx$;
- в) $\int \cos 5x \cos 3x dx$.
- 6.16** Найти интегралы: а) $\int \frac{dx}{x^2+4x+3}$; б) $\int \frac{2x+4}{x^2+4x+3} dx$;
- в) $\int \frac{6x+17}{x^2+4x+3} dx$.

Определенный интеграл

- 7.1** Вычислить интеграл $\int_1^3 (2x^2+5x+4)dx$.
- 7.2** Вычислить интеграл $\int_1^2 \left(7x^2 - 5x + 2 + \frac{4}{x} + \frac{6}{x^2} \right) dx$
- 7.3** Вычислить интеграл $\int_0^\pi \left(5\cos^2 \frac{x}{2} - 3\sin^2 \frac{x}{2} \right) dx$.
- 7.4** Вычислить интеграл $\int_0^1 (6x-5)e^x dx$.
- 7.5** Вычислить интеграл $\int_1^2 \sqrt{7x+2} dx$.
- 7.7** Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - x - 3$, $y = 0$, $x = 3$, $x = 4$.

7.8 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - x - 3$ и $y = x + 5$.

7.11 Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной прямой $y = 4 - 2x$ и координатными осями.

7.13 Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной гиперболой $y = \frac{3}{x}$, осью Ox и прямыми $x = 1$, $x = 2$.

7.14 Вычислить длину дуги кривой $y = 4x^{\frac{3}{2}}$ на промежутке от 0 до 3.

7.17 Какую работу совершает сила в 30 Н при растяжении пружины на 0,02 м?

7.22 Вычислить несобственный интеграл первого рода $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{3x-4}$ или

доказать его расходимость.

7.23 Вычислить несобственный интеграл первого рода $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{(3x-4)^2}$ или

доказать его расходимость.

7.24 Вычислить несобственный интеграл второго рода $\int_2^5 \frac{dx}{3x-6}$ или

доказать его расходимость.

7.25 Вычислить несобственный интеграл второго рода $\int_2^5 \frac{dx}{(3x-6)^2}$ или

доказать его расходимость.