

Комплексные числа

- Решить уравнения а) $x^2 - 6x + 10 = 0$; б) $x^2 + 9 = 0$.
- Представить комплексное число $z = -1 + i\sqrt{3}$ в тригонометрической и показательной формах.
- Даны комплексные числа $z_1 = 3 + 5i$ и $z_2 = 1 + 4i$. Вычислить:
а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 \cdot z_2$;
г) z_2^2 ; д) $z_1 \cdot \overline{z_2}$; е) $z_2 \cdot \overline{z_2}$; ж) $\frac{z_1}{z_2}$.

Дифференциальные уравнения (ДУ)

- Найти общее решение (общий интеграл) ДУ:
а) $(y - 3)y' = x + 7$; б) $(x + 7)y' = y - 3$;
- Найти общее решение ДУ:
а) $y' - \frac{y}{x} = \frac{y}{x^2}$, б) $y' - \frac{y}{x} = \frac{y^2}{x^2}$,
в) $y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{x^2}$, г) $y' - \frac{y}{x} = \frac{y^3}{x^2}$.
- Найти общее решение (общий интеграл) уравнения
а) $(5x + 3)y'' - 5y' = 0$, б) $(5y + 3)y'' - 5(y')^2 = 0$.
- Найти общее решение ДУ:
а) $y'' - 6y' + 8y = 0$, б) $y'' - 6y' + 9y = 0$, в) $y'' - 6y' + 10y = 0$.
- Найти общее решение ДУ:
а) $y'' - 5y' + 6y = 10$, б) $y'' - 5y' = 10$, в) $y'' - 5y' + 6y = 10x$.
- Найти частное решение ДУ $y'' - 5y' + 6y = 10x$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 1, y'(0) = 2$.

Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

- Дана функция $z = x^3y^5 + 9x - 7y + y^2 \sin x - 3$. Для этой функции найти:
а) частные производные первого порядка;

- б) частные производные второго порядка;
- в) полные дифференциалы первого и второго порядков.
- Найти значения частных производных функции $z = \ln(x^3y + 3x^2y^4)$ в точке $M(2; 1)$.
- Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = x^2 + 3y^2 - 4x + 5y - 1$ в точке $M_0(3; 1; 4)$.
- Исследовать на экстремум функцию
а) $z = x^2 - 3y^2 - 4x$; б) $z = x^2 + 3y^2 - 12y$; в) $z = -x^2 - 3y^2 + 6x$.

Теория поля

(задачи этого раздела входят в билеты только для студентов АЭФ)

- Дана функция $u = x^2y + y^2z + xyz$. Вычислите в точке $M(1, 2, 3)$:
а) градиент функции u ;
б) производную функции u по направлению вектора $\vec{s} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$.
- Проверить, является ли соленоидальным поле вектора $\vec{a} = (x^2y - 2xyz) \cdot \vec{i} + (y^2z - 2xyz) \cdot \vec{j} + (z^2x - 2xyz) \cdot \vec{k}$.
- Проверить, является ли потенциальным поле вектора $\vec{a} = (2xy + z^2) \cdot \vec{i} + (2yz + x^2) \cdot \vec{j} + (2xz + y^2) \cdot \vec{k}$.
- Проверить, является ли гармоническим поле вектора $\vec{a} = yz \cdot \vec{i} + xz \cdot \vec{j} + xy \cdot \vec{k}$.

Двойные интегралы

- Вычислить повторный интеграл $\int_0^2 dx \int_{x^2}^{2x} (2x + 6y) dy$.
- Вычислить двойной интеграл $\iint_D (2x + 6y) dx dy$, где область D ограничена параболой $y = x^2$ и прямой $y = 2x$.
- Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x + 2y) dx dy$, где область D ограничена параболой $y = 2 - x^2$ и прямой $y = -2x - 1$.

- Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - x - 3$ и $y = x + 5$.

- С помощью двойного интеграла найти площадь области D , ограниченной линиями $x^2 + y^2 - 2x = 0$, $y = \sqrt{3}x$, $y = -x$.

Криволинейные интегралы

- Вычислить интеграл $\int_L (4x + 7y)dl$, где L – отрезок прямой $y = 2x + 1$ от точки $A(0, 1)$ до точки $B(1, 3)$.

- Вычислить интеграл $\int_L (2x + 3y)dl$, где L – отрезок прямой от точки $A(0, 0)$ до точки $B(5, 12)$.

- Вычислить интеграл $\int_L xydx + (x^2 + y)dy$, если L – дуга параболы $y = 3x^2$, расположенная между точками $A(0, 0)$ и $B(2, 12)$.

- Вычислить $\int_L (2xy + y^3)dx + (x^2 + 3xy^2)dy$, где

а) L – отрезок прямой $y = 2x$ от точки $A(0; 0)$ до точки $B(2; 4)$;

б) L – дуга параболы $y = x^2$ от точки $A(0; 0)$ до точки $B(2; 4)$;

в) L – дуга синусоиды $y = 4\sin\left(\frac{\pi x}{4}\right)$ от точки $A(0; 0)$ до точки $B(2; 4)$.

- Вычислить $\oint_L (2xy + y^3)dx + (x^2 + 3xy^2 + x)dy$, где L – контур треугольника с вершинами в точках $A(1, 1)$, $B(3, 3)$, $C(4, 1)$.

Ряды

- Дан ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n^2}$. Найти:

а) первый член a_1 ; **б)** пятый член a_5 ; **в)** $(n+1)$ -й член a_{n+1} .

- Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 + 3n - 1}{2n^2 - 5n + 4} \right)^3$.

- Исследовать на сходимость ряды

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (4n-1)}{5^n (2n+7)}$; **б)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n \cdot (2n+7)}$.

- Исследовать на сходимость ряды

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 + 3n - 1}{2n^2 - 5n + 4} \right)^n$; **б)** $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n-7}{4n+2} \right)^{3n}$.

- Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln^2 n}$.

- Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^4 n}{n^5}$.

- Исследовать на сходимость ряды

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 3n - 1}$; **б)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n + 5}$.

- Исследовать на сходимость ряды

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$; **б)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$; **в)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 3n - 1}$; **г)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n + 5}$.

- Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{6^n \cdot n^3}.$$

- Разложить функцию $y = x^2 e^{4x}$ в ряд Маклорена.

- Разложить в ряд Фурье функцию $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ 1 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$

(задачи на разложение функции в ряд Фурье входят в билеты только для студентов АЭФ)

Комбинаторика

- Имеется шесть различных книг. Сколькими различными способами можно **а)** расставить все эти книги на полке?

б) расставить книги на узкой полке, вмещающей только четыре книги?

в) взять с собой четыре книги в рюкзаке?

Случайные события

• В урне находится 3 белых и 5 черных шаров. Из урны извлекают один шар. Найти вероятность того, что этот шар

а) белый; б) черный; в) красный; г) белый или черный.

• В урне находится 3 белых и 5 черных шаров. Из урны извлекают два шара. Найти вероятность того, что

а) оба шара белые; б) оба шара черные; в) шары разного цвета.

• В урне находится 3 белых и 5 черных шаров. Из урны извлекают четыре шара. Найти вероятность того, что среди них ровно два белых шара.

• Стрелок 3 раза стреляет по мишени. Первым выстрелом он попадает в мишень с вероятностью 0,9, вторым – с вероятностью 0,8, третьим – с вероятностью 0,7. Найти вероятность того, что он

а) попал ровно три раза; б) попал ровно два раза;

в) попал ровно один раз; г) не попал ни разу;

д) попал хотя бы один раз; е) попал хотя бы два раза;

ж) попал не менее двух раз.

• Стрелок 3 раза стреляет по мишени. Вероятность попадания в мишень равна 0,9 (и не зависит от номера выстрела). Найти вероятность того, что он

а) попал ровно три раза; б) попал ровно два раза;

в) попал ровно один раз; г) не попал ни разу.

• Проводится серия из n экспериментов. Вероятность успешного завершения одного эксперимента равна p . Найти вероятность того, что успешно завершится m экспериментов, если:

а) $n = 5$, $p = 0,8$, $m = 3$;

б) $n = 600$, $p = 0,01$, $m = 3$;

в) $n = 600$, $p = 0,4$, $m = 246$;

г) $n = 600$, $p = 0,4$, $234 \leq m \leq 249$.

• Детали для сборки поступают с трех заводов. Вероятность поступления на сборку детали, произведенной на первом заводе, равна 0,3, произведенной на втором заводе – 0,6. Вероятность наличия бракованной детали в продукции первого завода составляет 0,05, в продукции второго завода – 0,09, а в продукции третьего завода – 0,02.

а) Найти вероятность поступления бракованной детали на сборку;

б) Если бракованная деталь попала на сборку, то какова вероятность, что она произведена на втором заводе?

Случайные величины

• Стрелок 4 раза стреляет по мишени. Вероятность попадания в мишень равна 0,8 и не зависит от номера выстрела. Построить ряд распределения. Найти математическое ожидание и дисперсию.

• Случайная величина X задана интегральной функцией распределения вероятностей

$$F(X) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^4}{1296}, & \text{при } 0 < x \leq 6, \\ 1, & \text{при } x > 6. \end{cases}$$

Найти:

а) плотность распределения вероятностей случайной величины X ;

б) математическое ожидание,

в) дисперсию.

Математическая статистика

• Дан вариационный ряд 15, 16, 16, 16, 17, 19, 19, 20, 22, 23. Найти:

а) размах варьирования; б) моду; в) медиану;

г) распределение относительных частот;

д) выборочную среднюю; е) выборочную дисперсию;

ж) исправленную выборочную дисперсию;

з) выборочное среднее квадратическое отклонение и исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение.