

Векторная алгебра

• Вершины пирамиды $M_1M_2M_3M_4$ расположены в точках $M_1(0; -1; 1)$, $M_2(3; 0; -2)$, $M_3(2; 1; 0)$ и $M_4(5; -2; 3)$. Требуется найти:

а) векторы $\overrightarrow{M_1M_2}$, $\overrightarrow{M_1M_3}$ и $\overrightarrow{M_1M_4}$ и записать их в системе орт;

б) длины векторов $\overrightarrow{M_1M_2}$, $\overrightarrow{M_1M_3}$ и $\overrightarrow{M_1M_4}$;

в) угол между векторами $\overrightarrow{M_1M_2}$ и $\overrightarrow{M_1M_3}$;

г) площадь грани $M_1M_2M_3$;

д) объем пирамиды $M_1M_2M_3M_4$.

• Найти работу силы $\vec{F} = 10\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$, если ее точка приложения движется прямолинейно из точки $M(2, -1, 4)$ в точку $N(6, 1, 5)$.

• Найти момент силы $\vec{F} = 10\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$, приложенной в точке $M(2, -1, 4)$, относительно точки $N(6, 1, 5)$.

Аналитическая геометрия

• Выбрать на плоскости $5x - 3y + 4z - 7 = 0$ три точки.

• Даны точки $M_1(0; -1; 1)$, $M_2(3; 0; -2)$ и $M_3(2; 1; 0)$. Составить общее уравнение плоскости, проходящей

а) через точку M_3 перпендикулярно вектору $\overrightarrow{M_1M_2}$;

б) через точку M_1 перпендикулярно вектору $\overrightarrow{M_1M_2}$;

в) через точки M_1 , M_2 и M_3 .

• Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2; 1; 0)$ параллельно плоскости $3x + y - 3z + 4 = 0$.

• Найти длину перпендикуляра, опущенного из точки $M(3; 0; -2)$ на плоскость $3x + y - 3z + 4 = 0$.

• Выбрать две несовпадающие точки на прямой, заданной

а) каноническими уравнениями $\frac{x}{1} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z-7}{-2}$;

б) общими уравнениями $\begin{cases} -2x - y + z - 3 = 0, \\ 6x + 2y - z - 1 = 0. \end{cases}$

• Прямая проходит через точки $M_1(2; -4; 3)$ и $M_2(3; -8; 1)$. Составить канонические уравнения этой прямой.

• Преобразовать общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -2x - y + z - 3 = 0, \\ 6x + 2y - z - 1 = 0. \end{cases}$$

в канонические уравнения.

• Заданы плоскость $5x - 3y + 4z - 7 = 0$ и прямая $\frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{-4} = \frac{z-3}{-2}$.

Найти:

а) точку пересечения прямой и плоскости,

б) угол между прямой и плоскостью.

• Вычислить угол между плоскостями $3x + y - 3z - 7 = 0$ и $5x - 3y + 4z - 7 = 0$.

• Вершины пирамиды $M_1M_2M_3M_4$ расположены в точках $M_1(0; -1; 1)$, $M_2(3; 0; -2)$, $M_3(2; 1; 0)$ и $M_4(5; -2; 3)$. Требуется:

а) составить уравнение ребра M_1M_2 ;

б) составить уравнение грани $M_1M_2M_3$.

• Найти точку пересечения прямых $2x + 5y - 25 = 0$ и $3x - 4y - 3 = 0$.

• Найти угловой коэффициент k прямой $2x + 5y - 25 = 0$.

• Найти угол между прямыми $2x + 5y - 25 = 0$ и $3x - 4y - 8 = 0$.

Пределы

• Найти предел $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 5x + 6}$.

• Найти предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 5x + 6}$.

• Найти предел $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x^3 + 27}$.

• Найти предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 5x + 6}$.

- Найти предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 5x - 3}{x^2 - x - 6}$.
- Найти предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x - 2 - x^2}{x^2 - 5x + 6}$.
- Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 - 5x^2 - 3x}{x^3 - x^2 - 6x}$.
- Найти предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 7x + 6}{x^3 - 8}$.
- Найти предел $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+6} - 2}{x+2}$.
- Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 5x + 6}$.
- Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 - 3x + 2}{x^2 - 5x + 6}$.
- Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 - 3x + 2}{x^3 - 5x + 6}$.
- Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x}\right)^{3x}$.
- Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{x}\right)^{2x}$.
- Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-2}\right)^{5x+3}$.

Производная

- Найти производную функции $y = x^4 + \sqrt[4]{x} + \frac{1}{x^4} + 4x + 4$.
- Найти производную функции $y = \sin(x^4) + \sin^4 x + \sin 4x$.
- Найти производную функции $y = \sin(\ln(x^2 + 5x + 2))$.
- Найти производную функции $y = \ln^5(2x + 3)$.
- Найти производную функции $y = \sin(3x + 7)^5$.
- Найти производную функции $y = (4x^2 + 3)\sqrt{x^2 + 5x}$.
- Найти производную функции $y = \frac{4x^2 + 3}{\sqrt{x^2 + 5x}}$.
- Вычислить скорость и ускорения материальной точки, движущейся по закону $s(t) = 4t^3 - 2t^2 - 5t + 3$, в момент времени $t = 5$.
- Составить уравнения касательной и нормали к кривой, заданной уравнением $y = x^2 - 2x + 5$ в точке с абсциссой $x_0 = 3$.

- Найти интервалы монотонности и исследовать на экстремум функцию $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 7$.
- Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 7$ на отрезке $[2; 5]$.
- Найти интервалы выпуклости и вогнутости, точки перегиба функции $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 7$.

Неопределенный интеграл

- Найти интеграл $\int \left(7x^2 - 5x + 2 + \frac{4}{x} + \frac{6}{x^2}\right) dx$
- Найти интегралы:
 - а) $\int \frac{2x^3 + 5x^2 - 3x + 7}{x} dx$;
 - б) $\int \frac{2x^3 + 5x^2 - 3x + 7}{x^2} dx$;
- Найти интеграл $\int \frac{x^2}{(x-2)^7} dx$.
- Найти интегралы:
 - а) $\int (2x + 5)e^{x^2 + 5x + 7} dx$;
 - б) $\int (3x^2 - 1)\cos(x^3 - x + 4) dx$;
- Найти интегралы:
 - а) $\int \frac{2x - 3}{x^2 - 3x + 2} dx$;
 - б) $\int \operatorname{ctg} x dx$;
 - в) $\int \frac{4x + 5}{\sqrt{2x^2 + 5x + 6}} dx$;
 - г) $\int \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} dx$.
- Найти интегралы:
 - а) $\int \cos(2x + 3) dx$;
 - б) $\int \sin(3x + 4) dx$;
 - в) $\int e^{5x+7} dx$;
 - г) $\int \frac{1}{6x+5} dx$.
- Найти интегралы:

а) $\int (6x - 5)e^x dx$;

б) $\int (3x + 2) \cos x dx$;

в) $\int (2x + 7) \sin x dx$;

г) $\int (4x + 3) \ln x dx$.

• Найти интегралы:

а) $\int \frac{dx}{x^2 + 4}$;

б) $\int \frac{x dx}{x^2 + 4}$.

• Найти интегралы:

а) $\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 3}$;

б) $\int \frac{2x + 4}{x^2 + 4x + 3} dx$;

в) $\int \frac{6x + 17}{x^2 + 4x + 3} dx$.

• Найти интегралы:

а) $\int \cos^2 x dx$;

б) $\int \cos^3 x dx$.

• Найти интегралы:

а) $\int \sin 5x \sin 3x dx$;

б) $\int \sin 5x \cos 3x dx$;

в) $\int \cos 5x \cos 3x dx$.

Определенный интеграл

• Вычислить интеграл $\int_1^2 \left(7x^2 - 5x + 2 + \frac{4}{x} + \frac{6}{x^2} \right) dx$.

• Вычислить интегралы: а) $\int_1^2 \sqrt{7x + 2} dx$; б) $\int_0^1 \sqrt{1 - x^2} dx$.

• Вычислить интеграл $\int_0^1 (6x - 5)e^x dx$.

• Дан график функции $y = \cos x$, $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$. Найти:

а) площадь фигуры, ограниченной этой линией;

б) объем тела, полученного вращением этой линии вокруг оси Ox .

• Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 4x + 4$ и $y = 10 - x^2$.

• Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - x - 3$ и $y = x + 5$.

• Какую работу совершает сила в 30 Н при растяжении пружины на 2 см?